

低密度同位檢查碼輔助等化器之效能評估

葉正誠¹ 黃永發¹ 楊政穎²

¹ 朝陽科技大學網路與通訊研究所
413 台中縣霧峰鄉吉峰東路 168 號

² 國立虎尾科技大學資訊工程系
632 雲林縣虎尾鎮文化路 64 號

摘要

在無線通訊環境中，訊號經由多路徑(multipath)傳輸，容易受到干擾源影響而產生失真。為了提升傳輸訊號的可靠性，可以應用通道編碼機制(channel coding)以及等化器來降低訊號失真。本文提出以低密度同位檢查碼(low density parity check code: LDPC code)輔助等化器的方法來降低訊號失真現象，並且利用萊斯衰減(Rician fading)通道模擬無線通訊環境進行系統效能評估。由於低密度同位檢查碼效能逼近沈農極限(Shannon limit)，應用在低訊雜比(signal to noise ratio : SNR)環境下可達到極小的錯誤率。同時，等化器可以降低多路徑對訊號所造成的影響，補償訊號失真。結合編碼機制及等化器之功能，可以利用低密度同位檢查碼產生參考訊號而避免使用訓練序列(training sequence)，進而提高頻寬使用率。

Abstract

In wireless communication environment, the signals are transmitted by means of multipath transmission. Hence, transmitted signals easily are interfered with noisy which leads to distortions. For reliable propagation, channel coding scheme and equalizer are applied to diminish distortions. The low density parity check (LDPC) code-aided equalizer is proposed and Rician fading channel is applied to model practice wireless environment for evaluating performance in this paper. LDPC code can provide excellent performance which is extremely close to Shannon limit. Therefore, LDPC code can provide extremely small error probability when it works at lower signal to ratio (SNR). Equalizer can decrease the distortions caused by multipath which of transmitted signals and recover them desired signals. The number of iterations of updating equalizer tap-weights which is determined by the number of iterations is applied when mean square error (MSE) is converged. At this moment, system output will provide the best estimated values by using the least iteration. Using LDPC encoding sequence as desired signals can increase bandwidth efficiency and avoid using training sequence.

Keywords: Low density parity check code, Rician fading channel, equalizer, mean square error.

前言

在無線通訊環境中，由於訊號在傳輸過程中容易受到通道雜訊干擾而導致較高的位元錯誤率(bit error rate: BER)[1]。我們可以利用幾個方式來降低位元錯誤率。在通訊系統中，不同的調變方式會有不同的位元錯誤率。例如，二元相移鍵(binary phase shift keying : BPSK)調變的錯誤率，會比四相移鍵(quadrature phase shift keying : QPSK)調變的位元錯誤率低[2]。同時，利用增強傳輸訊號功率的方式，可以讓訊號不易受到干擾，使得接收端偵測到錯誤的機率降低。然而，增強傳輸訊號功率會提高系統設計成本。在實際系統設計時，通常會限定位元訊號能量對雜訊功率頻譜密度比值，也就是訊雜比。因此，在固定的的前提下，要降低位元錯誤率的方法就是使用通道編碼[3]。

根據沈農雜訊編碼理論，其中定義一個理論極限，使得編碼系統在最小訊雜比需求下，可以達到最小錯誤率，此理論極限稱為沈農極限[4]。因此，可以利用沈農極限來評估不同通道編碼的效能。在1993年，Berrou、Glavieux和Thitimajshima提出的渦輪碼(turbo code)架構，證實渦輪碼逼近沈農極限[5, 6]。然而，除了渦輪碼，由Gallaer所提出的低密度同位檢查碼[7]，是另一個逼近沈農極限的錯誤控制碼[8, 9]。而且經由適當的設計，低密度同位檢查碼的效能更優於渦輪碼[8]。

低密度同位檢查碼是線性區塊碼(linear block code)。一般線性區塊碼是利用生成矩陣(generator matrix)來產生碼字(codeword)，低密度同位檢查碼則是利用同位檢查矩陣(parity check matrix)來產生碼字。低密度同位檢查碼之所以有低密度之稱，是因為同位檢查矩陣中非零元素很少。在[2]中有定義，在同位檢查矩陣中，非零元素對所有元素的比值稱為密度(density)。若密度小於0.5，該矩陣便可稱為低密度同位檢查矩陣[10]。在同位檢查矩陣中，行(column)的非零元素個數稱為行權重(column weight)；列(row)的非零元素個數稱為列權重(row weight)。若同位檢查矩陣每一行的行權重都相同，而且每一列的列權重也相同，稱為規律式(regular)低密度同位檢查碼；若同位檢查矩陣各行的行權重不同，或是各列的列權重不同，則稱為非規律式(irregular)低密度同位檢查碼。同時，低密度同位檢查碼若是依照不同架構的低密度同位檢查矩陣來產生，可以分為隨機型低密度同位檢查碼

(random LDPC code)和結構型低密度同位檢查碼(structured LDPC code)[11]。一般而言，隨機型低密度同位檢查碼的效能優於結構型低密度同位檢查碼，但是編碼複雜度比較高[12]。因此，若是以效能為前提的考量下，可以採用隨機型低密度同位檢查碼。

同時，在無線通訊環境中，由於多路徑傳輸會導致訊號失真，所以在接收端利用等化器(equalizer)來還原出正確訊號。多路徑傳輸通道可以利用瑞雷衰減(Rayleigh fading)通道或萊斯衰減(Rician fading)通道來定義。多路徑傳輸通道中若主訊號不存在，便可定義為瑞雷衰減通道；若主訊號存在，便可定義為萊斯衰減通道。為了研究主訊號對於系統在多路徑環境下的效能影響，我們可以將多路徑傳輸通道模型假設為萊斯衰減通道。在萊斯衰減通道中定義萊斯因數(Rician factor)為主訊號功率對散射訊號功率的比值[1]。因此，可以利用調整萊斯因數的方式來決定主訊號功率。

等化器可以消除通道響應對訊號的影響[13]。利用參考訊號(desired signal)與等化器輸出訊號之間的誤差量以及等化演算法來更新等化器權重係數(tap weight)。經等化器反覆運算後，可以得到最佳的訊號預估值[13]。在傳統等化器方面，傳輸端會傳送訓練序列到接收端作為參考訊號，不僅需要額外的傳送頻寬，而且訓練序列受到通道雜訊干擾後，作為參考訊號時其準確性會降低。然而，結合通道編碼和等化器可以解決上述問題[14]。由於低密度同位檢查碼可以提供優異的效能[9]，而且等化器可以消除通道響應所造成的影響。因此在萊斯衰減通道下，結合低密度同位檢查碼與等化器可以提供系統更好的效能表現。

系統架構

為了分析無線通訊系統的效能，首先必須瞭解訊號傳輸環境。無線通訊系統的傳輸環境是無線電通道，所以訊號會經過許多不同傳輸路徑後到達接收端。由於多重路徑傳輸的影響，接收訊號會產生失真導致系統效能降低。因此在無線通道中，除了可加性白高斯雜訊(additive white Gaussian noise, AWGN)，必須考慮衰減因數(fading factor)才能定義出合適的通道模型。一般而言，無線通道特性並不固定，而且會隨著時間改變。衰減因數可以用來描述傳輸訊號功率受到多重路徑影響而隨著時間改變的特性。同時，為了降低雜訊通道對訊號的干擾，在傳送端加入通道編碼機制以提升系統效能[2]。通道編碼機制是針對訊號經由雜訊通道傳輸後可能導致的失真而進行還原的程序。由於接收訊號功率受到衰減因數的影響而改變，因此導致接收訊號失真。為了消除此訊號失真，可以在接收端加入等化器以提升系統效能。因此，由上述考慮之處，本文提出的無線通訊系統架構如圖 1 所示，可以分為通道編碼機制、傳輸通道以及等化器三個部分，以下將針對各個部分進行說明。

通道編碼機制是應用錯誤控制碼技術來降低通道雜訊對訊號的影響，以提高傳輸訊息的可靠度。常見的錯誤控制碼有線性區塊碼、迴旋碼(convolutional code)、渦輪碼以及低密度同位檢查碼[2]。線性區塊碼是利用生成矩陣編碼，並且利用同位檢查矩陣解碼。生成矩陣和同位檢查矩陣中的每一列都是線性獨立。將訊息序列分割成數個長度相同的訊息區塊，然後再將訊息區塊和生成矩陣作矩陣乘法運算後得到碼字。不同訊息區塊和生成矩陣所產生的碼字經過線性組合後仍為碼字，而且在接收端利用同位檢查矩陣解碼可以得到原來的訊息序列。迴旋碼編碼器是由位移暫存器(flip-flop)所組成的線性序向電路(linear sequential circuit)。迴旋碼與線性區塊碼最大的不同在於迴旋碼的碼字輸出不但與目前輸入的訊息區塊有關，而且還與之前的訊息區塊有關。因此迴旋碼的碼字輸出具有記憶性。Berrou、Glavieux 和 Thitimajshima 在 1993 年提出渦輪碼架構。渦輪碼可以利用迴旋碼編碼器與交錯器(interleaver)組成，並且利用反覆解碼演算法來解碼。利用反覆解碼的方式使得渦輪碼的效能可以逼近沈農極限[5, 6]。然而，除了渦輪碼，由 Gallager 所提出的低密度同位檢查碼 [7]，是另一個逼近沈農極限的錯誤控制碼[8, 9]。而且經由適當的設計，低密度同位檢查碼的效能更優於渦輪碼[8]。因此，本文提出的通道編碼機制是採用低密度同位檢查碼。

訊息位元訊號 $x(n)$ 在調變前先經過編碼器編碼。該編碼器是屬於隨機型非規律式低密度同位檢查碼架構。其對應的低密度同位檢查矩陣 \mathbf{H} 可以表示為 (l, γ, ρ) [12]，並且具有以下特性：(1) 每一行的行權重 γ 都相同；(2) 每一列的列權重 ρ 不同， ρ 取列權重平均值；(3) γ 或 ρ 都極小於碼字長度 l 。假設利用 \mathbf{H} 編碼後的碼字為 $\mathbf{u} = [\mathbf{c} | \mathbf{x}]$ 。這是一個系統式(systematic)的碼字格式，其中 \mathbf{c} 是檢查位元向量， \mathbf{x} 是訊息位元向量。由此可知， $\mathbf{H} \cdot \mathbf{u}^T = \mathbf{0}$ 。首先將 \mathbf{H} 矩陣分為兩個子矩陣，也就是 $\mathbf{H} = [\mathbf{A} | \mathbf{B}]$ 。在本論文中，所有的矩陣運算都是假設為模 2(modulo-2)運算。同時， $\mathbf{H} \cdot \mathbf{u}^T = \mathbf{0}$ 的運算如下

$$[\mathbf{A} | \mathbf{B}] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{c}^T \\ \mathbf{x}^T \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{c}^T + \mathbf{B} \cdot \mathbf{x}^T = \mathbf{0}$$

$$\Rightarrow \mathbf{A} \cdot \mathbf{c}^T = \mathbf{B} \cdot \mathbf{x}^T, \mathbf{c}^T = \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{x}^T \quad (1)$$

利用(1)式可以算出檢查位元向量 \mathbf{c} ，然後再將 \mathbf{c} 代回 $\mathbf{u} = [\mathbf{c} | \mathbf{x}]$ 即可得到利用 \mathbf{H} 編碼的碼字。

例如 $\mathbf{x} = [1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1]$ ，同位檢查矩陣 \mathbf{H} 如下

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

所以同位檢查矩陣 \mathbf{H} 可以表示為 (10,3,6)。同時，利用(1)求出 \mathbf{c} ，如下所示

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^T &= \mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{x}^T \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \Rightarrow \mathbf{c} &= [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0] \end{aligned}$$

得到 $\mathbf{u} = [\mathbf{c} | \mathbf{x}] = [0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1]$ 。

在產生碼字 \mathbf{u} 之後，利用二元相移鍵調變技術將 \mathbf{u} 調制為訊號 \mathbf{s} ，並且將 \mathbf{s} 輸入到傳輸通道中。

在傳輸通道中，訊號經由多重路徑傳遞，產生衰減現象，一般而言，我們可以利用衰減因數(fading factor)來描述。瑞雷衰減或萊斯衰減是兩種常用來模擬的統計模型，其差別在於萊斯衰減考慮可視距離(line of sight: LOS)訊號的存在，瑞雷衰減則不考慮。而且當萊斯衰減不考慮可視距離訊號存在時，便等同於瑞雷衰減。因此，萊斯衰減比瑞雷衰減更適合用來定義衰減因數，在系統中 $f(n)$ 是萊斯衰減因數， K 是萊斯因數，也就是主訊號功率對散射訊號功率的比值。當 $K=0$ 時，代表沒有主訊號存在，因此可以將此傳輸通道視為瑞雷衰減通道；但是當 $K \rightarrow \infty$ 時，代表主訊號功率趨近於無窮大或散射訊號功率趨近於 0，因此可以將此傳輸通道視為可加性白高斯雜訊通道。

等化器可以用來降低訊號因傳遞過程所產生的失真現象。在系統中接收端加入等化器用來提升訊號的品質。等化器的硬體架構可以利用有限脈波響應(finite impulse response: FIR)濾波器來實現，如圖 2 所示。

由於訊號在傳輸端已經過編碼，因此必須利用解碼器將等化器的輸出值解碼才能得到原訊號的預估值。為了得到更精準的預估值，等化器需要參考訊號來更新本身的權重係數。通道編碼具有抵抗雜訊干擾能力，而且為了提高頻寬使用率，因此在接收端利用編碼器來產生參考訊號，提供等化器更新權重係數。同時，此系統架構是利用最小均方演算法(least mean square: LMS)更新等化器權重係數。利用編碼器將 $\hat{x}(n)$ 編碼來產生碼字 $\hat{u}(n)$ ，作為等化器更新時所需的參考訊號。同時，計算 $\hat{u}(n)$ 與 $y(n)$ 之間的誤差量 $e(n)$ 如下

$$e(n) = \hat{u}(n) - y(n) \quad (2)$$

然後再將 $e(n)$ 輸入到等化器，藉由最小均方演算法來更新等化器權重係數。等化器經過數次更新後， $e(n)$ 的均方誤差值將會收斂到最小，此時得到的 $\hat{x}(n)$ 是最準確的預估值。為了探討不同可視距離訊號功率對通訊系統的效能影響，所以本文提出在萊斯衰減通道中應用通道編碼輔助適應性等化器作為系統架構，並且利用模擬的位元錯誤率來說明系統效能表現。

模擬環境及結果

為了評估低密度同位檢查碼輔助等化器的效能，通道編碼機制是利用 (128,3,6) 的隨機型非規律式同位檢查矩陣進行編碼，編碼率是 1/2，密度是 0.0469。等化器的長度設定為 6(6-tap)，並且利用最小均方演算法來更新等化器權重係數。最小均方演算法表示如下

$$g(n+1) = g(n) + \alpha \cdot e(n) \cdot r(n) \quad (3)$$

$g(n)$ 是等化器在時間 n 時的權重係數， $g(n+1)$ 是下一個時間狀態的權重係數， α 是步階參數(step size)值。當步階參數值較大時，均方誤差值能快速收斂到穩定狀態，但是均方誤差值的錯誤率範圍較大；當步階參數值較小時，均方誤差值收斂到穩定狀態的速度較慢，但是均方誤差值的變動範圍較小 [13]。由此可知，在可接受的均方誤差值變動範圍內，我們選擇可以將均方誤差值快速收斂到穩定狀態的步階參數值，使得等化器在更新時以最少的疊代(iteration)次數便可達到預期的錯誤率。圖 3 是等化器採用不同步階參數值時，所需疊代次數的模擬結果。

圖 3 是均方誤差值與等化器疊代次數關係圖。橫軸代表疊代次數，縱軸代表均方誤差值。而且利用 [13] 的方法可以計算出步階參數值的範圍是 $0 < \alpha < 0.0017$ 。首先看到 $\alpha = 0.0017$ ，在等化器尚未進行更新時(無疊代)的均方誤差值約 0.48。經過 4 次疊代後，均方誤差值逐漸下降到 0.22。第 7 次疊代時，均方誤差值卻逐漸上升到 0.98。而且從第 8 次疊代以後，均方誤差值約在 0.4~1.2 之間呈現上下振盪的現象，而且逐漸發散。緊接著看到 $\alpha = 0.0011$ 的曲線，經過 7 次疊代後，均方誤差值從 0.48 逐漸下降到 0.14。但是在第 12 次疊代時，均方誤差值卻從 0.14 逐漸上升到 0.38。而且從第 13 次疊代以後，均方誤差值約在 0.25~0.4 之間呈現上下振盪的現象。與 $\alpha = 0.0017$ 曲線不同的是， $\alpha = 0.0011$ 均方誤差值上下振盪的範圍較小，也就是殘餘誤差(residual error)較少，而且呈現收斂的現象。另外，當 $\alpha \rightarrow 0$ 時，雖然均方誤差值會收斂，但是所需的疊代次數太多而顯得不切實際。從圖 3 可以看到， $\alpha = 0.0005$ 的曲線在 20 次疊代後均方誤差值收斂到 0.075，而且殘餘誤差最少，因此

$\alpha = 0.0005$ 是本文所採用的步階參數值。

接下來針對可加性白高斯雜訊、瑞雷衰減以及萊斯衰減等不同通道環境進行模擬，並且利用位元錯誤率與訊雜比的關係圖來說明本系統架構效能。

圖 4 是模擬在可加性白高斯雜訊通道下，位元錯誤率與訊雜比的關係圖。橫軸代表訊雜比，縱軸代表位元錯誤率。系統未採用低密度同位檢查碼時，當位元錯誤率等於 5×10^{-5} ，等化器提供大約 0.25dB 的效能改善。系統採用低密度同位檢查碼時，當位元錯誤率等於 5×10^{-5} ，等化器提供大約 0.4dB 的效能改善。不論是否採用低密度同位檢查碼的系統架構，等化器確實可以改善系統效能，降低位元錯誤率。同時，當位元錯誤率等於 5×10^{-5} ，採用低密度同位檢查碼的系統架構，可以提供大約 7.5dB 的編碼增益(coding gain)。

圖 5 是模擬在瑞雷通道下，利用位元錯誤率進行系統效能評估。由圖 5 可以看出，當系統未採用低密度同位檢查碼時，加入等化器可以改善效能。若系統採用低密度同位檢查碼，無論是否有加入等化器，系統效能都有明顯改善。當位元錯誤率等於 10^{-4} 時，低密度同位檢查碼輔助等化器可以提供 1.9dB 的效能改善。

在萊斯衰減通道中，定義主訊號功率對散射訊號功率的比值為萊斯因數 K 。當 $K = 0$ 時，代表沒有主訊號存在，因此可以將此通道視為瑞雷衰減通道；當 $K \rightarrow \infty$ 時，代表主訊號功率趨近於無窮大或散射訊號功率趨近於 0，因此可以將此通道視為可加性白高斯雜訊通道。圖 6 說明在萊斯衰減通道中，不同 K 值下的系統效能比較。可以從圖中看到，當 K 值愈大時，系統效能會愈好。而且等化器確實可以改善系統效能。同時，當 K 趨近於無限大時，萊斯衰減通道會近似於可加性白高斯雜訊通道。經由模擬後可以得到 K 大約等於 750，萊斯衰減通道可以近似於可加性白高斯雜訊通道。

圖 7 是在萊斯通道中，系統應用低密度同位檢查碼以及低密度同位檢查碼輔助等化器時，在不同 K 值下的效能比較。由圖中可以看出，應用低密度同位檢查碼確實改善了系統效能。同時，隨著 K 值的增加，系統不論是否使用等化器，利用低密度同位檢查碼可以使系統在較低的訊雜比下，有更好的系統效能表現。

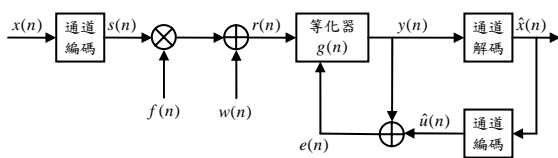


圖 1 系統架構

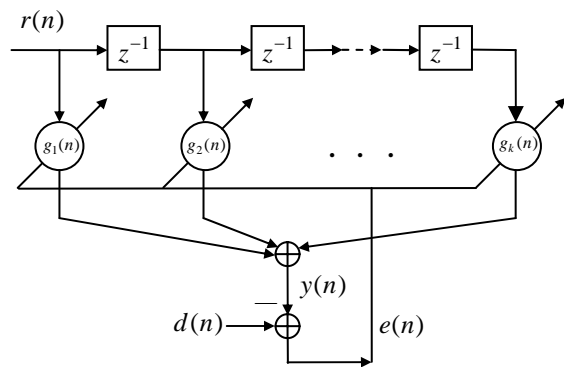


圖 2 適應性有限脈衝響應濾波器

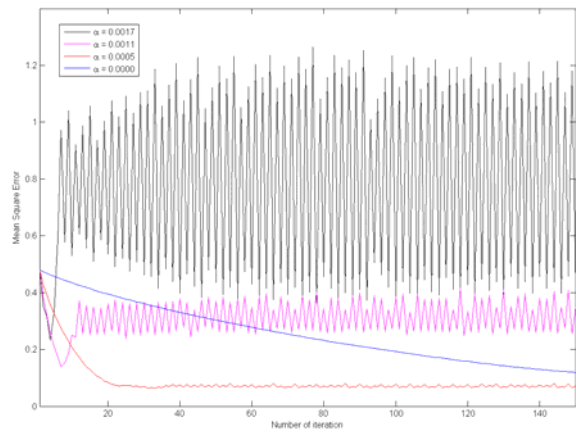


圖 3 不同步階參數值與疊代次數的比較

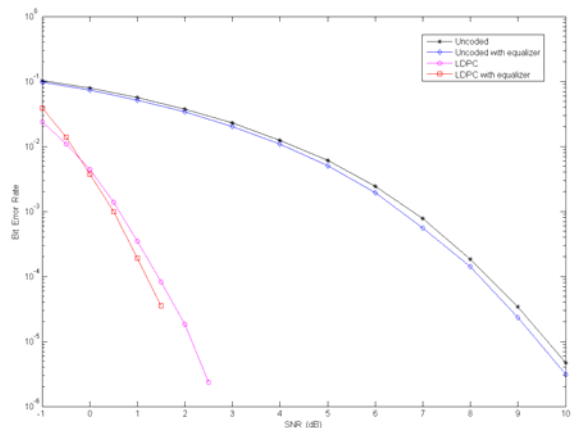


圖 4 AWGN 通道的 BER 效能

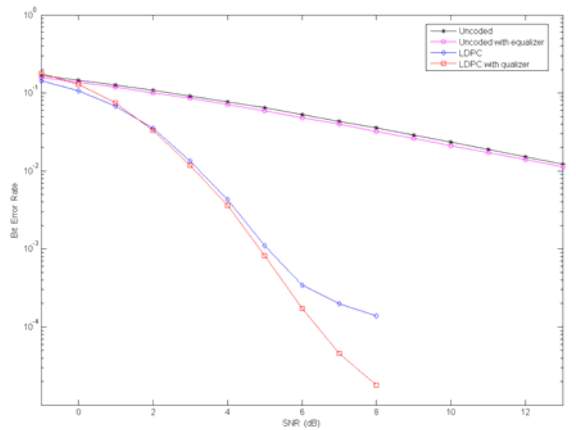


圖 5 Rayleigh 通道的 BER 效能

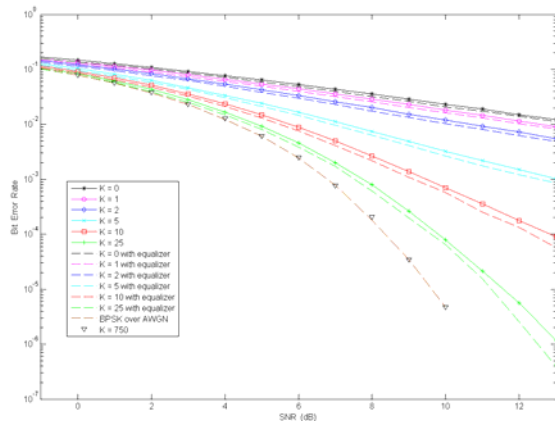


圖 6 Rician 通道下不同 K 值的 BER 效能

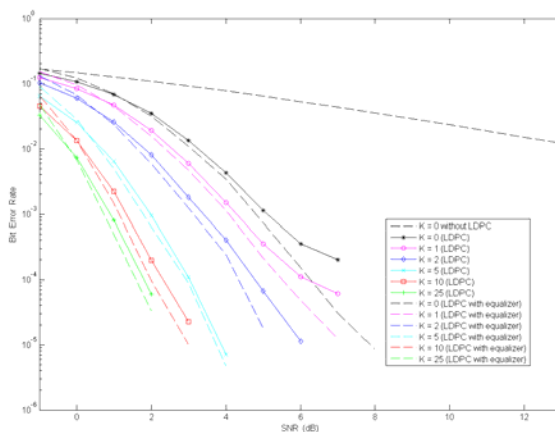


圖 7 系統應用 LDPC 時，在 Rician 通道下不同 K 值的 BER 效能

結論

訊號在時變通道環境下傳輸時，利用低密度同位檢查碼可以抵抗雜訊干擾，而適應性等化器可以消除通道脈衝響應所造成的失真。然而，通道編碼輔助適應性等化器可以改善獨立運作時的效能。為了得到正確的訊號預估值，等化器必須在有限的疊代次數內，利用等化演算法更新權重係數。利用低密度同位檢查碼產生等化演算法所需的參考訊號，不僅可靠度較高，而且也可以提高頻寬使用率。

參考文獻

- [1] A. F. Molisch, *Wireless Communications*, John Wiley, 2005.
- [2] S. Lin and D. J. Costello, Jr., *Error Control Coding: Fundamentals and Applications*, Prentice-Hill, 2004.
- [3] S. Haykin, *Communication Systems*, 4th Ed., John Wiley, 2000.
- [4] C. E. Shannon, "A Mathematical Theory of

Communication," *Bell Sys. Tech. J.*, pp. 379-423 (Part 1); pp. 623-656 (Part 2), July 1948.

- [5] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, "Near Shannon Limit Error-Correction Coding and Decoding: Turbo Codes," *Proc. Of ICC'93*, pp. 1064-1070, May 1993.
- [6] C. Berrou and A. Glavieux, "Near Optimum Error-Correcting and Decoding: Turbo- Codes," *IEEE Trans. Commun.*, pp. 1261-1271, Oct. 1996.
- [7] R. G. Gallger, "Low Density Parity Check Codes," *IRE Trans. Inform. Theory*, vol. 8, no. 1, pp. 21-28, Jan. 1962.
- [8] S. Y. Chung, G. D. Forney, T. J. Richardson, and R. Urbanke, "On the Design of Low-Density Parity-Check Codes within 0.0045 dB of Shannon Limit," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 5, no. 2, pp. 58-60, Feb. 2001.
- [9] J. Xu, L. Chen, I. Djurdjevic, S. Lin, and K. A. Ghaffar, "Construction of Regular and Irregular LDPC Codes: Geometry Decomposition and Masking," *IRE Trans. Inform. Theory*, vol. 53, no. 1, pp. 121-134, Jan. 2007.
- [10] T. K. Moon, *Error Correction Coding: Mathematical Methods and Algorithms*, John Wiley, 2005.
- [11] B. Ammar, B. Honary, Y. Kou, J. Xu, and S. Lin, "Construction of Low-Density Parity-Check Codes Based on Balanced Incomplete Block Designs," *IRE Trans. Inform. Theory*, vol. 50, no. 6, pp. 1257-1268, June 2004.
- [12] J. C. Moreira and P. G. Farrell, *Essentials of Error-Control Coding*, John Wiley, 2006.
- [13] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 4th Ed., Prentice Hall, 2001.
- [14] C. Y. Yang and S. P. Cheng, "A Code-Aided Linear Turbo Equalizer for Parallel ISI Channels," *Proc. Of 5th World Wireless Congress*, pp. 13-17, May 2004.